



**USAID | GUATEMALA**

DEL PUEBLO DE LOS ESTADOS  
UNIDOS DE AMERICA

## Material de Capacitación sobre Matemática Maya y Estándares Educativos Nacionales, Guatemala



Este material ha sido elaborado con fondos de la Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (USAID), bajo la Orden de Trabajo No. GEW-1-03-0200020-00 con Juárez y Asociados Inc. y en apoyo al Objetivo Estratégico No. 520-0436.7, “Inversión Social: Personas más Sanas y con Mejor Nivel de Educación”

**Programa Estándares e Investigación Educativa**

# Material de Capacitación sobre Matemática Maya y Estándares Educativos Nacionales, Guatemala

Preparado por:  
Programa Estándares e Investigación Educativa

***Juárez y Asociados, Inc.***

**Contrato No. GEW-1-00-02-00020-00  
Orden de Trabajo GEW-1-03-02-00020-00**

**Guatemala, marzo de 2007.**

Las opiniones expresadas por los autores, no reflejan necesariamente los puntos de vista de USAID o del Gobierno de los Estados Unidos de América.



**USAID** | **GUATEMALA**  
DEL PUEBLO DE LOS ESTADOS  
UNIDOS DE AMERICA

## **PROGRAMA DE ESTÁNDARES E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA**

Contrato No. GEW-I-00-02-00020-00 y la Orden de Trabajo GEW-I-03-02-00020-00, entre Juárez Asociados, Inc. y la Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional, Misión Guatemala - USAID/G.

### **Anexo 2.2**

**Material de Capacitación para ONGs sobre estándares educativos y matemática maya**

## CAPITULO 1

### ARITMÉTICA MAYA



*María y José, son dos niños que están cursando cuarto grado de primaria, en una escuela del altiplano del país. A los dos les ha gustado mucho la Matemática y eso se ha visto a través de todos los años que han estado en la escuela, han tenido la suerte de estudiar juntos desde el primer año y han desarrollado una especial amistad, ya que tienen en común su afición a la Matemática. En los concursos escolares y los trabajos de investigación, siempre han destacado. En esta oportunidad, su profesor les recomendó hacer una investigación de los sistemas de numeración, para cumplir este objetivo, ellos han entrevistado a otros profesores que trabajan en el Instituto de Educación Básica, de su comunidad, también han leído muchos libros y están preparando su investigación que entregarán por escrito y harán una exposición. Veamos lo que han podido desarrollar hasta el momento:*

#### 1.1 SISTEMAS DE NUMERACIÓN

**E**l concepto de número se ha relacionado con la forma de representarlo. En la medida que el hombre tuvo conciencia de cantidades mayores, fue desarrollando mejores formas de escribir esas cantidades.

Como se indicó al principio, la idea de número, es necesario escribirla de alguna manera, para comunicarla con otras personas, por ejemplo: Si se tiene una docena de naranjas, se puede escribir como 12, en un sistema decimal con números arábigos, también con XII en notación romana, o como 1100 en un sistema de base 2, 10 en un sistema duodecimal(base12), o bien como:  $\bullet\bullet$  en sistema Maya.



Del ejemplo, se nota que aunque todas las notaciones empleadas, representan el mismo número, la misma cantidad de naranjas, cada una de ellas tiene diferente forma de escribir esa cantidad, ya que se han utilizado diferentes sistemas de numeración.

Se define un sistema de numeración, como un conjunto de signos, símbolos(guarismos) y una base, utilizados para representar números. Por ejemplo en el sistema de numeración vigesimal Maya, se utilizan los signos: el punto, la barra y una concha para el cero, luego con una combinación de estos se construyen los símbolos, para representar los números del cero al diecinueve. Y con una combinación de estos símbolos se escriben las demás cantidades, como se explica más adelante.

#### 1.2 SISTEMAS NO POSICIONALES

Los sistemas no posicionales tiene un símbolo para cada cantidad, pudiendo escribirse en cualquier orden y siempre representan la misma cantidad.

Probablemente el primer sistema no posicional fue utilizado por aquel pastor que tenía que llevar la cuenta de su ganado haciendo hendiduras en un trozo de madera, una hendidura por cada cabeza de ganado. Otro de ellos probablemente utilizada una bolsa donde guardaba una piedra por cada oveja, de esa cuenta él tenía una relación de piedras con ovejas. Con el tiempo probablemente fueron introduciendo cuentas dentro de un collar, una cuenta por cada cantidad, luego evolucionaron diferenciando las cantidades por el color o el tamaño de las cuentas. Aun hoy en día, se puede observar en los ganaderos del sur del Brasil(los Gauchos), que llevan a su cintura, un collar de cuentas, cada cuenta representa 100 cabezas de ganado(hoy es más un símbolo de prosperidad, que un recurso de numeración).

Aún hoy en los cursos de Estadística, cuando se está haciendo el recuento de los casos, para luego construir la tabla de frecuencias, se utiliza un método semejante, haciendo un trazo por cada vez que aparece una cantidad y separándolos en grupos de 5, esto nos ejemplifica la utilización, aun en nuestros días, de un sistema de numeración primitivo.

### 1.2.1 SISTEMA ROMANO

El sistema de numeración romano, es un sistema no posicional, donde cada símbolo representaba una cantidad y estos ocupan cualquier posición y siempre representan la misma cantidad. La versión que se utiliza en nuestros días, es una mezcla de no posicional con posicional para algunas cantidades, pero aun sin utilizar una base. La lista que se presenta, muestra algunos símbolos del sistema romano de numeración y su equivalente en el sistema decimal.

ROMANO	DECIMAL
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Haciendo combinaciones de esos símbolos se construyen otros números. Algunos son combinaciones aditivas de los símbolos básicos(agregar a la derecha), como por ejemplo: II(2), III(3), VI(6), VII(7), VIII(8) otros son formados por combinaciones substractivas de los símbolos básicos(agregar a la izquierda) como: IV(4), IX(9), XC(90), CD(400). Por ejemplo la representación en sistema de numeración romana del número 1992 es: MCMXCII, donde M es 1000, CM es 900, XC es 90 y II es2, sumando todos da 1992. Se nota, entonces, que es una mezcla de sistema posicional y no posicional, aunque las posiciones variaban generalmente con las cifras más cercanas, digamos el IV y el VI que son dos números diferentes, utilizan los mismos símbolos básicos y se diferencian por la posición de ellos.

Para sumar el número CDLXXVII(447) con el número LXIX(69), se procede de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} \text{C C C L X X V I I} \\ \text{L X V I I I I} \\ \hline \end{array}$$

C C C C LLXXXVVI IIIII

Simplificando se tiene: C C C C C X X X X V I

Convirtiendo CCCCC en D, se tiene D X X X X V I

Y por ultimo, convirtiendo XXXX en XL, D X L VI

La ausencia del cero en el sistema de numeración romano, les lleva a la necesidad de crear nuevos símbolos para cantidades mayores.

### 1.3 SISTEMAS POSICIONALES

El sistema posicional más antiguo conocido en la historia es el sistema sexagesimal (de base 60) o sistema Babilónico (cerca de 1,800 AC). Vestigios de la influencia Babilónica son, aparentemente: la división de la hora en 60 minutos y el minuto en 60 segundos, también la división de la circunferencia en 360 grados (Sidki, pag. 15). Aunque tenía una posición, carecía del 0, no obstante que percibían su importancia y en ocasiones para indicar que una posición tenía el valor de 0, ellos dejaban un espacio para señalar que esa posición estaba con valor de 0 (Seidenberg, pag. 373).

Un sistema posicional está formado por un conjunto de algarismo (forma de dibujar el número), y una base. Siendo el número de algarismos igual al valor de la base. Un número cualquiera, se escribe en un sistema posicional como una sucesión ordenada y finita de algarismos. Cada posición representa una potencia de la base.

#### 1.3.1 SISTEMA DECIMAL

El sistema de numeración decimal es conocido como Hindú-Arábigo, fue desarrollado en su forma final cerca del año 500 después de Cristo, por los astrónomos calculistas Hindúes entre los cuales se destacan: Bhaskara I y Yinabhadra Gani. La aritmética Hindú fue adoptada y divulgada en el mundo islámico cerca del 825 DC por el matemático árabe Mahamad Ben Mussa Al Khawarisni (Sidki, pag. 15).

Al inicio del siglo XII, el monje inglés Adelard de Bath tradujo el libro de aritmética de Al Khawarisni para el latín con el título de Algoritmi de Número Indiorum. El sistema numérico utilizado en la Europa no hispánica hasta entonces era el sistema Romano (Sidki, pag. 16).

Es un sistema posicional de base 10, que utiliza diez algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Un número, se representa como una sucesión ordenada y finita de algarismo. El 0 es el indicador de la falta de ciertas potencias de 10.

Cuando escribimos el número 632 utilizamos el mismo dígito para representar 3 cosas diferentes, el que está más a la derecha representa 2 unidades, el del centro representa 3 decenas y el de la izquierda representa 6 centenas, es decir, tenemos que:

$$632 = 6 * 10^2 + 3 * 10^1 + 2 * 10^0$$

Entonces, un dígito toma su valor por la posición y este valor depende de la potencia de 10. Por esto decimos que es un sistema posicional de base 10.

### 1.3.2 SISTEMA POSICIONAL DE BASE $a$

Sea “ $a$ ” un número natural mayor que 1, sea “ $b$ ” un número natural, existen  $k$  enteros  $r_0, r_1, \dots, r_k$ , tales que:  $b = r_k a^k + r_{k-1} a^{k-1} + \dots + r_1 a + r_0$

Con  $k \geq 0$ ,  $0 \leq r_i \leq a$  para  $0 \leq i \leq k$  y  $r_k \neq 0$

A continuación un ejemplo: el número 123 puede escribirse en un sistema posicional de base 10 (de hecho está escrito en este sistema), como:

$$123 = 1 * 10^2 + 2 * 10^1 + 3 * 10^0$$

Cuando llegó el tiempo de trabajar los números Mayas, no encontraron mucha bibliografía y los profesores no les ayudaban mucho, hasta que un día alguien les aconsejó hablar con don Pablo. Don Pablo es un guía espiritual, que vive en la aldea vecina a la comunidad de José y María, él está especializado en el calendario y en llevar la cuenta de los días y seguramente, que les podrá ayudar en su investigación.

María y José hablaron con sus padres y les consultaron si podían visitar a Don Pablo, los padres conocían el celo con que sus hijos se dedicaban a los trabajos de la escuela y en este caso por tratarse de temas poco conocidos, estuvieron de acuerdo que visitaran a Don Pablo un domingo de mañana, ya que ellos no podían faltar a clases y Don Pablo tenía que trabajar en el campo.

El primer domingo, después de obtenido el permiso, muy de mañana, se juntaron en la plaza del pueblo, exactamente en el momento que están llegando todos los comerciantes, con sus diferentes mercaderías, para llenar la plaza del pueblo de productos coloridos y de frutas aromáticas. María llegó primero y al poco tiempo llegó José e iniciaron el camino a la aldea vecina, un vecino, les había hecho el favor de comunicarse con Don Pablo y él ya los esperaba, muy extrañado de que tan pequeños ya estuvieran interesados en estudiar la ciencia Matemática de los Mayas.

Llegaron a la aldea y preguntaron por Don Pablo, pero como era una persona muy querida por todos los habitantes de la aldea, rápido les orientaron donde estaba su casa y lo encontraron junto al fuego, calentando sus manos, ya que era época de frío en esa región. Don Pablo los reconoció ya que no habrían otros niños que preguntaran por él, tenían que ser ellos. Después de los saludos cordiales y muy ceremoniosos, le expusieron lo que necesitaban conocer de la Matemática Maya. Don Pablo inició a la explicación, que se extendió a después de almuerzo y se repitió varias veces, hasta que completaron los temas y pudieron hacer las operaciones aritméticas utilizando la notación Maya y los algoritmos de las operaciones.

Don Pablo se encariñó mucho con los niños y prometió seguir colaborando con ellos en todo lo que el conocía. El resultado de las primeras investigaciones es:

### 1.4 SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA

El sistema de numeración Maya utiliza 3 símbolos, el punto “•”, la barra “—” y

 Símbolo para el cero que representa un puño cerrado o una concha. Con la combinación de punto y barra construyen los primeros 19 algarismos. El uno está representado por un punto y combinamos 2, 3 y 4 puntos, que representan los números 2, 3 y 4 respectivamente. La barra representa el número 5, y se construyen los siguientes numerales con combinaciones de barras y puntos. Se utilizan una, dos o hasta tres barras, combinadas con uno, dos, tres o hasta cuatro puntos.

Existen tres reglas para la escritura:

- R1.** Combinamos los puntos, de 1 a 4 puntos.
- R2.** Cinco puntos forman una barra.
- R3.** Combinamos las barras, de 1 a 3 barras.

Decimal	Maya	Decimal	Maya
1	•	11	
2	••	12	
3	•••	13	
4	••••	14	
5	—	15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		0	

El número 20, es muy importante, como lo es el 5 y el 4. El 5 porque forma una unidad, la mano; aun hoy en las ventas populares se compran verduras o frutas por MANO. El 4 es importante porque 4 unidades de 5 forman una persona, son 20 dedos en total los que una persona tiene, y esto también señala la importancia del número 20. Se ejemplificará esto, con las siguientes citas:

“Suelen, de costumbre, sembrar para cada casado con su mujer medida de 400 pies lo cual llaman hum uinic, medida con vara de 20 pies, 20 en ancho y 20 en largo” (Landa, pag. 111).

“En tiempo de su sementeras, los que no tienen gente suya para hacerlas, júnctanse de 20 en 20 o más o menos...” (Landa, pag. 111).

“Que su contar es de 5 en 5 hasta 20, y de 20 en 20 hasta 100, y de 100 en 100 hasta 400, y de 400 en 400 hasta 8 mil; y de esta cuenta se servían mucho para la contratación del cacao. Tienen otras cuentas muy largas y que las extienden ad infinitum contando 8 mil 20 veces, que son 160 mil, y tornando a 20, duplican estas 160 mil, y después de irlo así duplicando hasta que hacen un incontable número, cuentan en el suelo o cosa llana.” (Landa, pag. 112).

“construyó barcas innumerables ( $13 * 400$ ) para alzar guerra en la tierra de la Habana en donde estaba el representante del rey” (Landa, pag. 144).

“Vinieron tres veces cuatrocientos barcos” (Landa, pag. 145).

Closs (pag. 292) señala que en lenguaje Yucateco, existe nombres para las potencias de 20, desde la potencia 1 hasta la potencia 6, que da el número 64,000,000, en base 10. Los nombres para esas potencias son:

$20^1$	kal
$20^2$	bak
$20^3$	pic
$20^4$	calab
$20^5$	kinchil
$20^6$	alau”.

También en las lenguas mayences, el nombre de los números es de base 20, veamos por ejemplo en lenguaje Kaqchikel el número 34 se escribe: cajlajuj rucawinak, esto quiere decir 14 y 20; el número 54 se escribe: cajlajuj roxc'al, que significa 14 y 40 (Matemática Maya Kaqchikel, PRONEBI).

En EL LIBRO DE LOS LIBROS DE CHILAM BALAM, traducido por Alfredo Barrera Vázquez y Silvia Redón, encontramos, aunque traducidas al español, la forma de nombrar algunos números:

“cuatro veinten más un ano.” (pag. 36)

“un año faltando para 5 veinten” (pag. 37)

“tres veinten de años... diez veinten de años... trece veinten de años” (pag. 38).

- “cuatro veintenas de años y diez más” (pag. 39)
- “una veintena de años más catorce” (pag. 40).
- “dos veintenas de años más tres años” (pag. 41).
- “tres veintenas de años más trece... diez veintenas más cuatro veintenas de años. ...Faltan 6 años para terminarse la cuenta del 13 ahau” (pag. 41).
- “tres veintenas hacía que se había despoblado Ichpá(por la peste),” (pag. 42).
- “se alzará guerra en la Habana con 13 veces 400 barcos” (pag. 79).

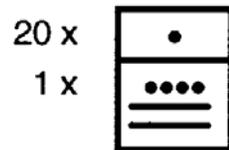
Se concluye, que su sistema de numeración fue de base 20, en todas sus posiciones, no como algunos indican que las primeras dos posiciones son de base 20, y la tercera posición de base 18, las siguientes de base 20, los autores concluyen esto, por paralelismo con el sistema de cómputo el tiempo.

Continuando con la numeración (quedó hasta 19), el siguiente, que representa precisamente la base del sistema, tiene un cero en la primera posición y un uno en la segunda posición. En el sistema decimal, las diferentes posiciones se escriben de izquierda a derecha, por ejemplo 543, primera posición tres, que representa 3 unidades, segunda posición 4, representa 4 decenas y tercera posición 5 que representa cinco centenas, sumando cada cantidad, llegamos al valor total representado.

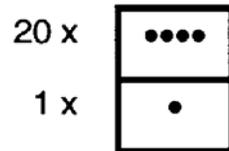
Las posiciones del sistema de numeración maya, se escriben de abajo hacia arriba, veamos como lo relata Guillermo Sedat, en el libro COMPUTO AZTECA: “al hacer la pregunta a un anciano de cómo era que se empezaba a contar, si de arriba hacia abajo, o de abajo hacia arriba, etc. Me contestó sin dilación: ‘Pues como crecen las plantas’”(pag. 33). Además de señalar como se escriben los números, también se nota la estrecha relación de su ciencia, con su medio, la naturaleza y los cuerpos celestes.

Retomando las citas del “Libro de los libros del Chilam Balam de Chumayel” ahora se escribirán las cantidades que indican, sin necesidad de hacer la conversión al sistema decimal

- “una veintena de años más catorce” (pag. 40).
- Haciendo un reticulado tenemos:

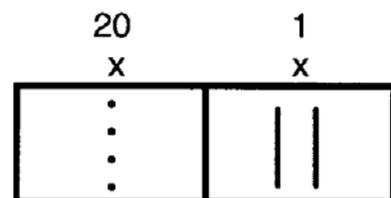


- “cuatro veintenas más un año.” (pag. 36)
- En un reticulado semejante tendríamos:

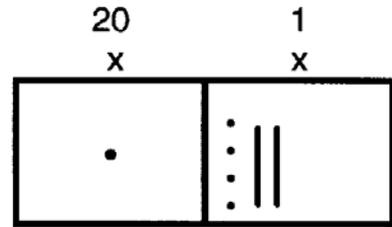


Los números también se escribían en forma horizontal, de izquierda a derecha, las barras son colocadas horizontalmente y los puntos se colocan a la izquierda de las barras, veamos otro ejemplo del Chilam Balam:

- “cuatro veintenas de años y diez más” (pag. 39)

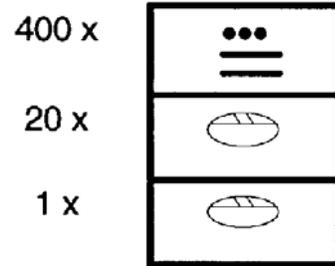


Este otro ejemplo: “una veintena de años más catorce” (pag. 40).

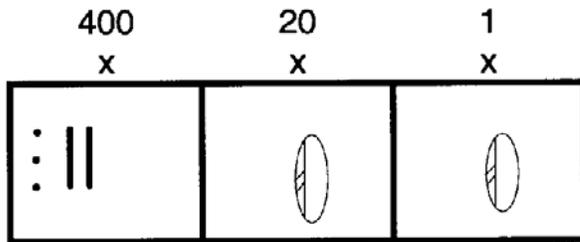


“se alzará guerra en la Habana con 13 veces 400 barcos” (pag. 79).

Verticalmente queda:

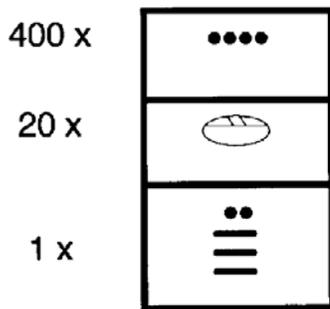


Y horizontalmente el mismo número es:

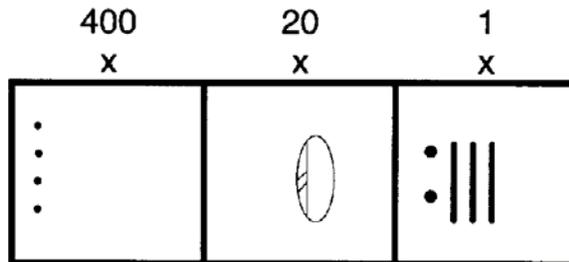


“los 4 cuatrocientos más 17 años” (pag. 87).

Vertical



Horizontal



A continuación se dan otros ejemplos:

Decimal	Maya	Decimal	Maya
0		122	
20			
40		1518	
100			
120			

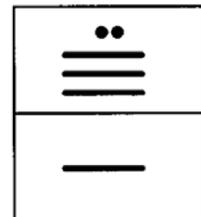
**1.4.1 CAMBIOS DE BASE**

Se necesita construir algoritmos para pasar del sistema decimal al sistema Maya y viceversa.

**CAMBIO DE BASE DEL SISTEMA DECIMAL AL SISTEMA MAYA**

Veamos EL Primero de los casos, empezando con un ejemplo: Se desea escribir el número 345 en sistema Maya.

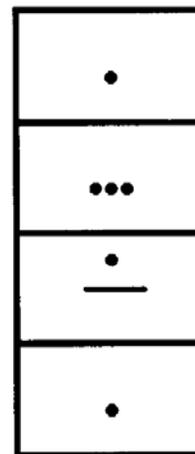
Se divide el número 345 entre 20, esto da como cociente 17 y residuo 5. Esto indica que en la posición de las unidades se escribe una barra (5 el residuo) en la posición de las veintenas tres barras y dos puntos que representan al 17(que es el cociente).



Otro ejemplo con un número un poco mayor, trasladar el número 9,321 al sistema de numeración Maya.

El algoritmo es el mismo, esto es, dividir 9,321 entre 20, esto da 466 como cociente y 1 como residuo. El 1 del residuo, representa un punto en la posición de las unidades, ahora dividimos el cociente entre 20, buscando un nuevo residuo que será el valor de las veintenas y se continua dividiendo, hasta que el cociente sea más pequeño que 20, esto es, al dividir 466 entre 20 se obtiene 23 de cociente y 6 de residuo, o sea que se escribirá una barra y un punto en las veintenas y continuamos dividiendo. Al continuar la división se obtiene cociente 1 y

residuo 3, se escribirán 3 puntos en la tercera posición (de los 400) y un punto en la cuarta posición (de los 8,000).



### CAMBIO DE BASE DE SISTEMA MAYA A DECIMAL

Ahora el algoritmo de encontrar el equivalente en sistema decimal de un número escrito en base 20, es más sencillo.

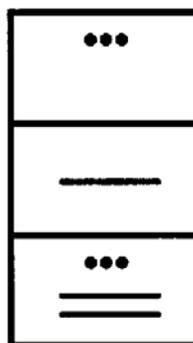
Multiplicamos el valor de cada posición por 20 elevado a la potencia (n-1), donde “n” es la posición que está trabajando. Al final, se suman todos los productos.

Veamos un ejemplo: Trasladar el número

A su equivalente decimal.

En la posición 1 se tiene un 13, en la posición dos un 5 y en la posición tres un 3, esto da el valor de:

$$13 * 20^0 + 5 * 20^1 + 3 * 20^2 = 1313$$



## 1.5 OPERACIONES ARITMÉTICAS EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA

Morley (pag. 256), registra la forma de la adición en el sistema de numeración Maya. Landa, describe que las cuentas las hacían en el suelo o lugares planos y utilizaban piedras y ramas, como testimonio se dan las siguientes citas:

Landa describe am como “pedrezuelas de las suertes que echan” y estas pedrezuelas o dados, sin duda debían ser cúbicas, ya que am es raíz de aman, “esquina o cantero”(Chilam Balam, pag. 183).

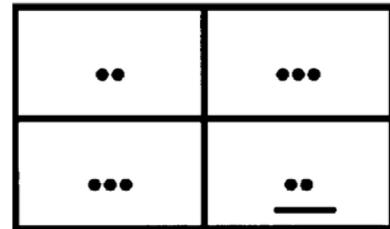
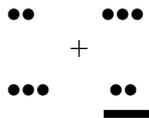
“...hacen un incontable número, cuentan en el suelo o cosa llana.” (Landa, pag. 112).

### 1.5.1 ADICION DE ENTEROS

La adición y posiblemente las otras operaciones de la aritmética, se trabajan sobre una tabla o en el suelo, en ella se colocan puntos y barras (frijoles y palitos). León-Portilla (pag. 2) propone que en el CODIGO DE DRESDE(44-b), se encuentra la representación de una multiplicación. También Calderón (1966) describe en forma muy didáctica, las cuatro operaciones de la aritmética, además de la raíz cuadrada y la raíz cúbica, el único

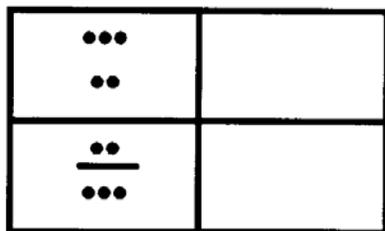
inconveniente es que no indica las fuentes que utilizó, se propone al lector consultar el libro y hacer sus propias conclusiones.

Veamos algunos ejemplos de adición: sumar 43 con 67. Escribimos los dos números en notación Maya, como sigue:

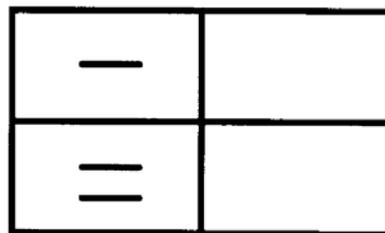


Se colocan los números en el reticulado, una columna por cada número y una fila por cada posición.

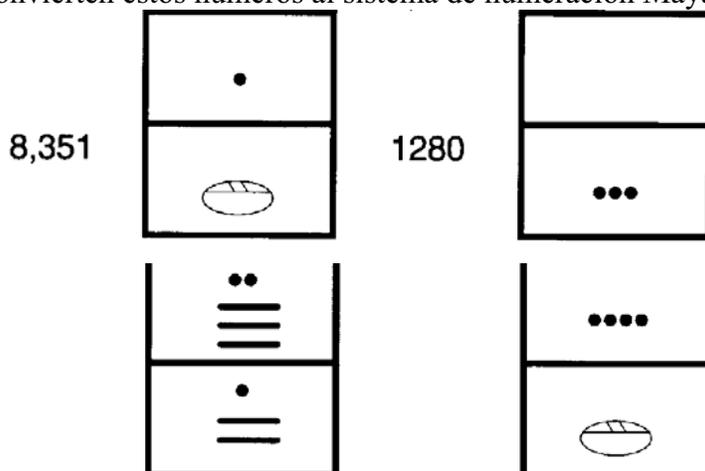
Luego simplemente trasladamos los puntos y barras del 67 a la columna del 43, conservando las filas.



El paso siguiente es acomodar todos los elementos a las reglas de: máximo cuatro puntos por posición, tres barras por posición y 19 unidades por posición, esto se ejecuta de la fila de las unidades, hacia arriba.



El siguiente ejemplo confirma el algoritmo. Sumar 8351 con 1280, primero se convierten estos números al sistema de numeración Maya



Seguidamente se colocan los sumandos en el reticulado, situando el 8351 en la primera columna y el 1280 en la segunda columna, conservando las posiciones que se nos presentan:

•	
	•••
•• — — —	••••
• — —	

Al trasladar los puntos del 1280 a la primera columna, ésta se presenta así:

•	
•••	
•••• •• — — —	
• — —	

Y aplicando la regla de máximo cuatro puntos, se tiene el reticulado siguiente:

•	
•••	
• — — — —	
• — —	

Aplicando la regla: 20 unidades en una celda, sube una unidad a la celda superior, logrando así el resultado siguiente:

•	
••••	
•	
• — —	

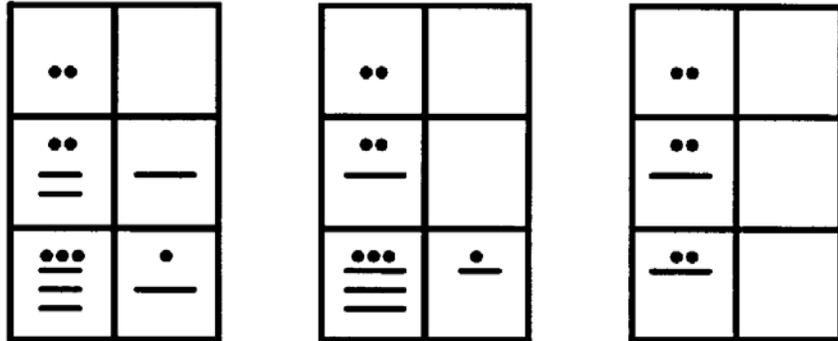
### 1.5.2 SUSTRACCION DE ENTEROS

Es fácil para el lector extrapolar del concepto de adición al de sustracción y también determinar si el resultado es un número negativo o un positivo. Otro ejemplo; restar los siguientes número:

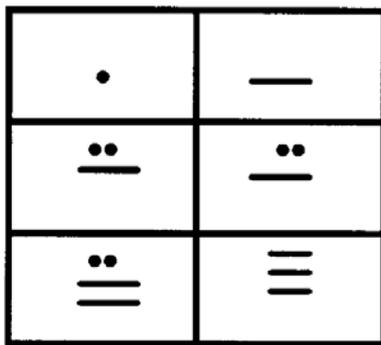
•••	•
•• — —	—
••• — — —	• — —

Se nota que el primero es mayor que el segundo, ya que tiene más elementos en la tercera fila. Ahora todo lo que se necesita hacer, es quitar de la primera columna, tantos elementos como hay en la segunda columna, este proceso se repite en cada fila, comenzando con la fila más alta. Quitando entonces la primera fila se tiene:

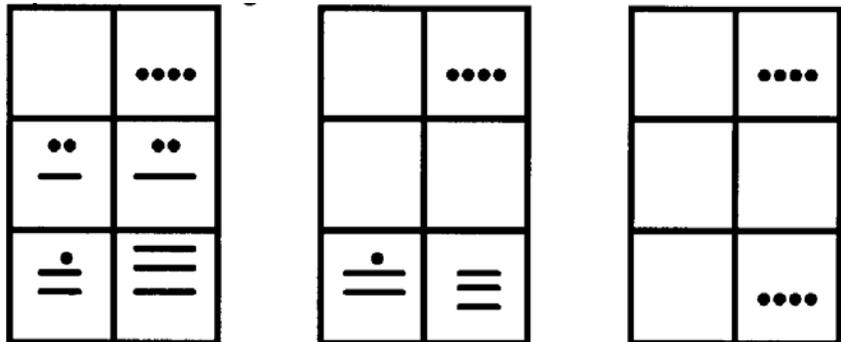
Se continúa de esta manera, hasta terminar con todas las filas, el resultado está en la primera columna.



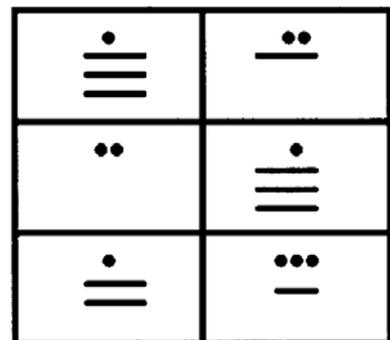
Ahora, otro ejemplo:

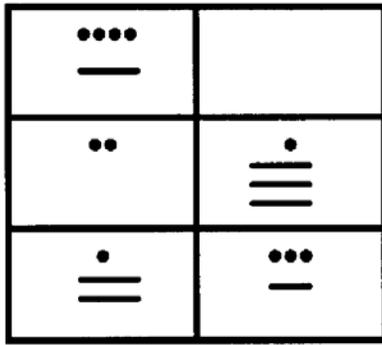


En este caso, la segunda columna tiene más elementos que la primera en la posición más alta, por lo que se retiran de la segunda columna, tantos elementos como hay en la primera. Como el resultado queda en la segunda columna, entonces convenimos que el resultado es un número negativo cuando queda en la segunda columna, véase el resultado.



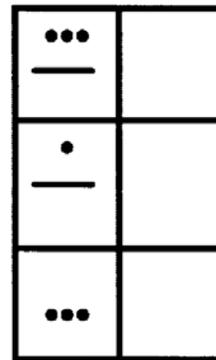
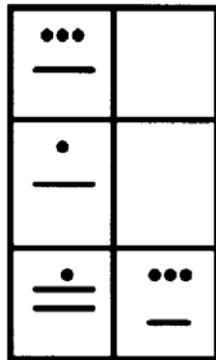
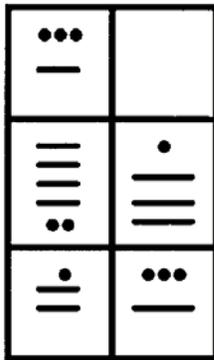
Un último ejemplo: En este se presenta el caso cuando tenemos que restar de una fila, y el minuendo es menor que el substraendo, veamos:





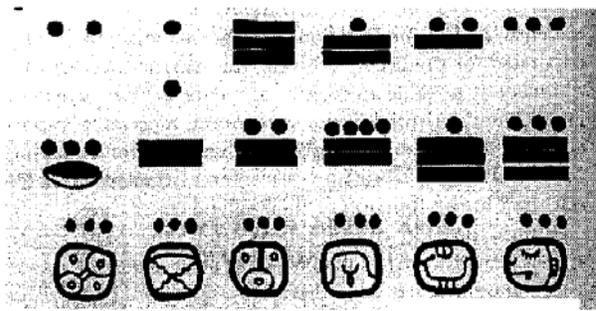
Se restará de la columna uno, los elementos de la columna dos, fila por fila, comenzando con la fila de la potencia mayor, en este caso, se inicia la resta en la tercera fila:

En la segunda fila, el minuendo es menor que el substraendo, en este caso, se baja una unidad de la fila superior, que se convierte en 20 unidades en esa fila, y de esta manera sí se puede restar, vea el ejemplo:



Con este proceso se obtiene el resultado final.

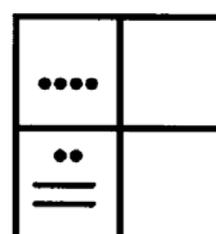
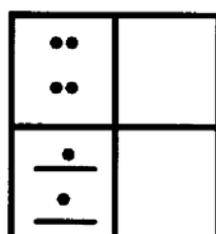
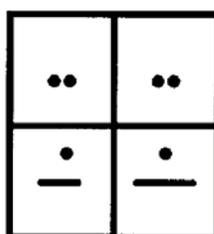
### 1.5.3 MULTIPLICACIÓN DE ENTEROS



León-Portilla (1988), señala que en una hoja del código de Dresde, aparecen diferentes cantidades que son múltiplos de otra.

Algunos autores indican que el proceso de multiplicación probablemente se hacía con sumas repetidas, por ejemplo, Seidenberg (pag. 380) "...a Maya Priest could have multiplied 23457 by 432, say, by repeated additions of 23457", estas conclusiones las hacen probablemente por

la forma en que se construye la multiplicación en los números enteros. En los inicios de su desarrollo matemático, probablemente, esta fue la forma de efectuar multiplicaciones, pero, considerando las grandes cantidades que ellos manejaban en sus cálculos astronómicos y la exactitud de los mismo, es muy lógico pensar, que debieron de haber desarrollado un algoritmo para efectuar la multiplicación. Hasta el momento, no ha sido posible deducir históricamente dicho algoritmo. Se hará una simulación de este proceso para llegar a una propuesta personal, de lo que pudo haber sido el algoritmo de la multiplicación en el sistema Maya. Se inicia con la multiplicación de un número por 2, por ejemplo 46 por 2, colocamos



en el reticulado el 46 en dos columnas y luego sumamos

El resultado final se escribe de la forma siguiente, destacando los factores de la multiplicación.

	••••	••
	•• ==	• —
	• •	x

Ahora se multiplicará el 46 por 3, como se hizo la multiplicación por dos, ahora se sumará otra vez 46 a este producto y el resultado será 46 por 3

••••	••		
•• ==	• —		

	••		
	••••		
	•• ==		
	• —		

	• —		
	••••		
	••••		
	••••		

De nuevo se coloca el resultado final de la siguiente forma:

	• —	••
	•••• ==	• —
	• •	x

Qué hará para multiplicar 46 por 5 ?, Sumando el producto de 46 por dos con el producto de 46 por 3 se obtiene 46 por 5:

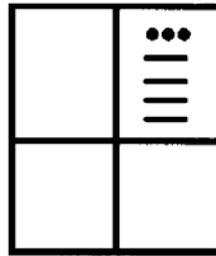
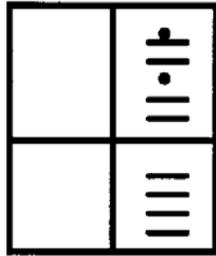
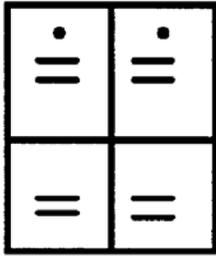
• —	••••		
•••• ==	•• ==		

	••••		
	• —		
	••		
	••••		
	••••		

	• —	••
	•••• ==	• —
	• •	x

Ahora fácilmente se hará la multiplicación de 46 por 10

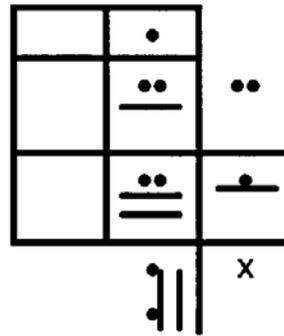
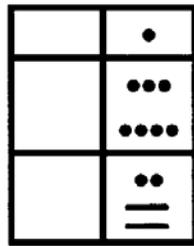
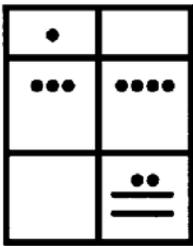
400 x		•	
20 x		••••	••
1 x			• —



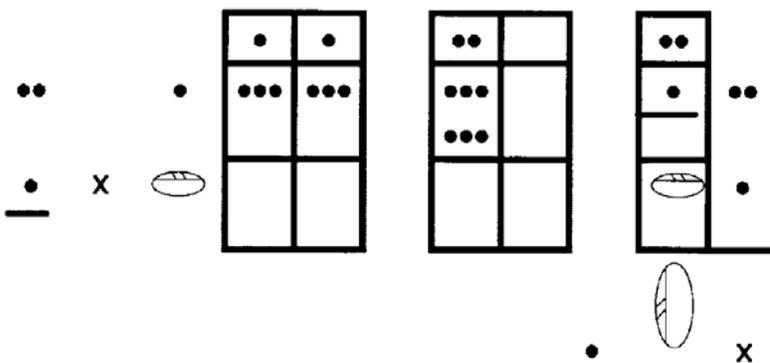
Recuerde que se está construyendo un algoritmo para la multiplicación, como ya se efectuó la multiplicación de 46 por 10 y de 46 por 2, ahora se

hará la multiplicación de 46 por 12

$$\begin{array}{r} \bullet\bullet \\ \bullet \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} \bullet\bullet \\ \hline \end{array}$$

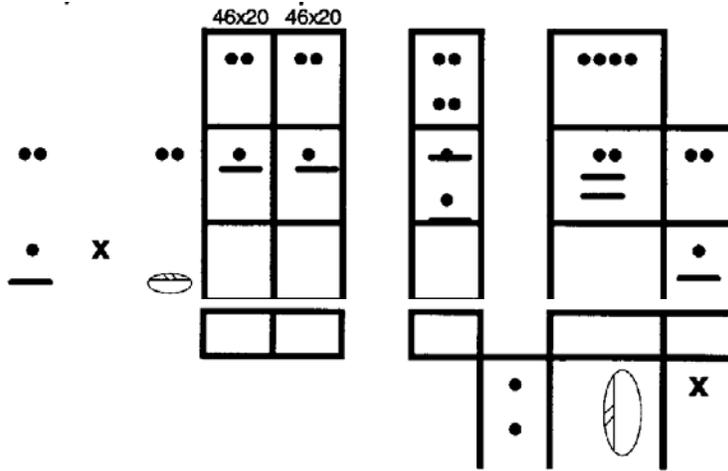


El resultado más interesante, se verá en la multiplicación de 46 por 20, que no es más que sumar dos veces la multiplicación de 46 por 10 obteniéndose:

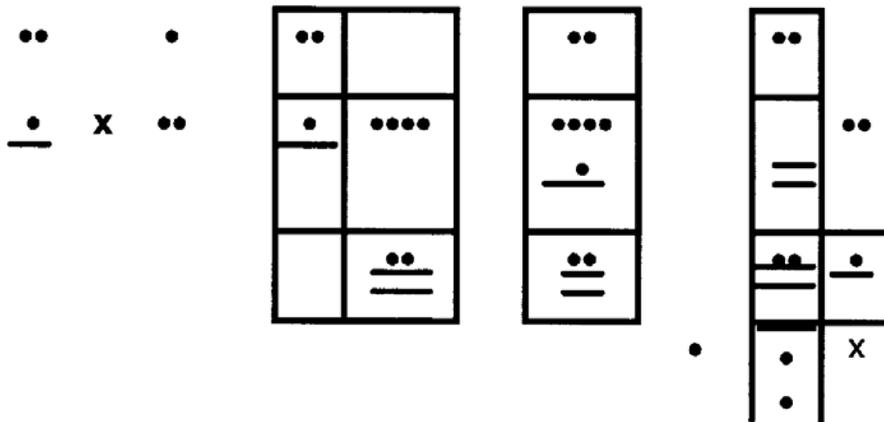


El producto tiene los mismos algoritmos del 46 el //y el •

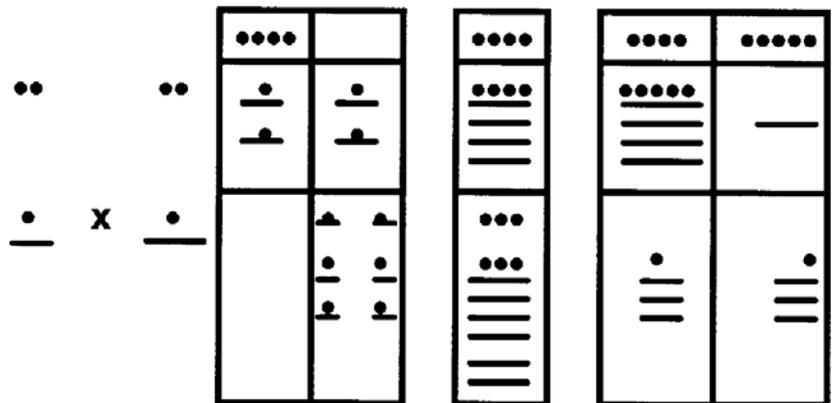
solamente que en una posición más alta, es lo mismo que agregar un cero debajo de la posición inferior. Es semejante al proceso que se efectúa cuando se multiplica por una potencia de 10, solamente se agregan ceros. Se confirmará este proceso, multiplicando 46 por 40, que será la suma del producto de 46 por 20 dos veces.



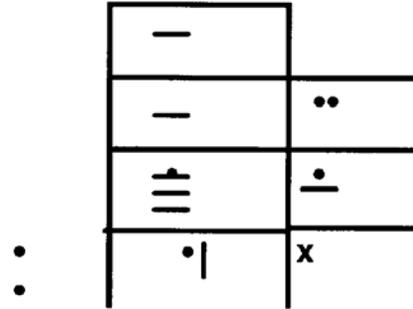
Al multiplicar 46 por 40, hemos multiplicado el 46 por 2 y agregado un cero debajo de la cifra inferior. Ahora se hace la multiplicación de 46 por 22, en la primera columna multiplicamos 46 por 2 y en la segunda columna multiplicamos por 20, para obtener:



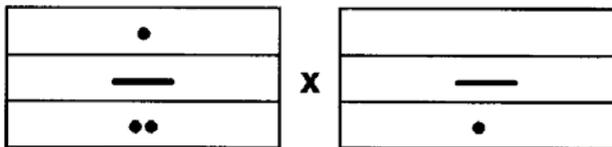
Ahora, se calculará el cuadrado de 46, es decir multiplicar 46 por 46. Esto es multiplicar el 46 por • en la primera columna y el 46 por •• en la segunda columna, luego sumar las dos columnas.



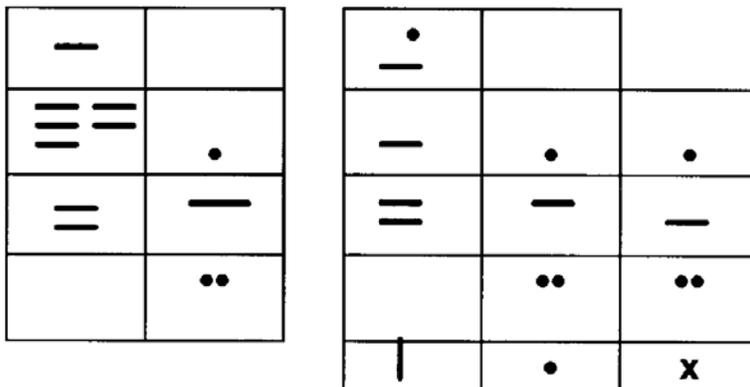
Finalmente obtenemos:



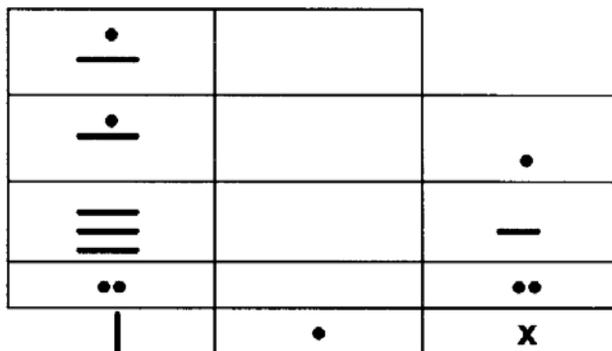
Un ejemplo un poco mayor, para afirmar el algoritmo, que indica que debe multiplicar el multiplicando por cada cifra del multiplicador y los resultados parciales, se colocan en la fila según la posición de la cifra del multiplicador. Además ya no se hará la identificación con el sistema decimal, entonces: multiplicar



Se multiplica el multiplicando por • y se coloca el resultado en la primera columna a la derecha, luego se multiplica el multiplicando por — y se coloca en la segunda columna, iniciando en la segunda fila.



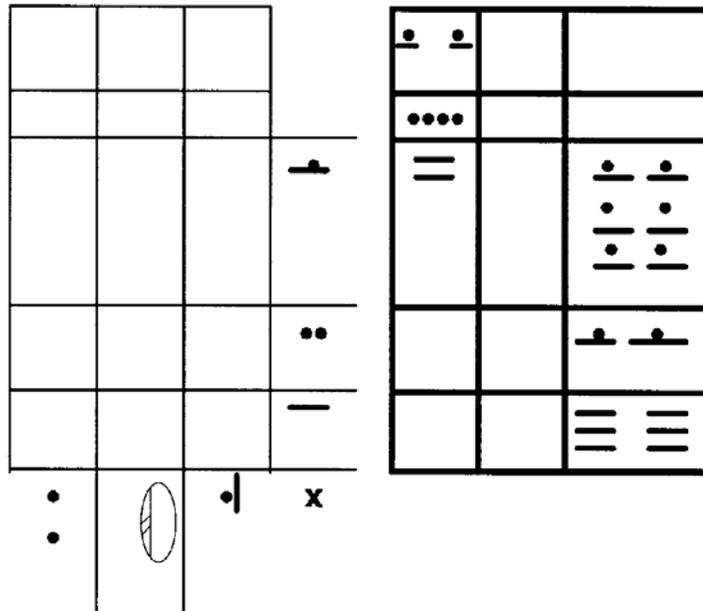
Para llegar al resultado final, se procede a la sumatoria de las columnas, las cuales se presentan de la siguiente forma:



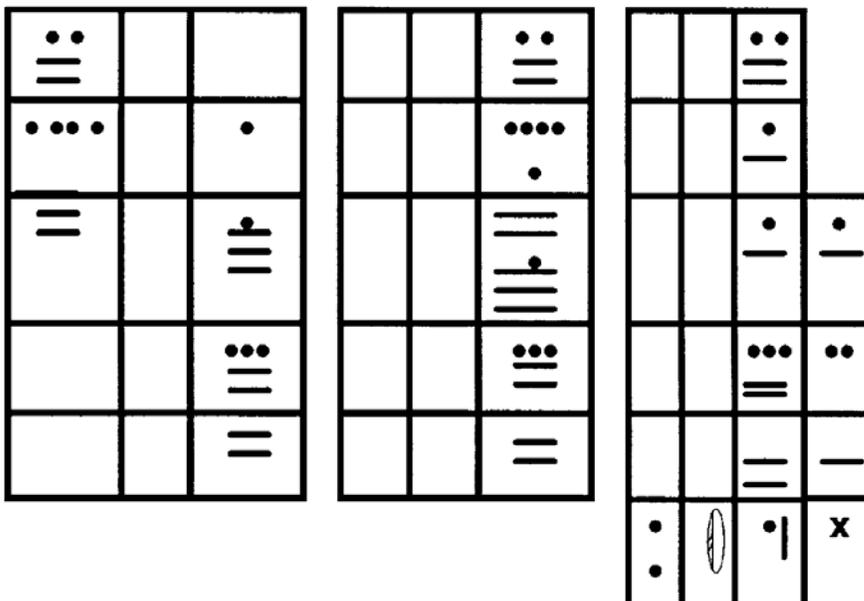
Un ejemplo más, multiplicar



El multiplicando se multiplica por  $\bullet\bullet$  y se coloca en la primera columna, en la segunda columna tendríamos que poner la multiplicación por cero, entonces dejamos el espacio. En la tercera columna colocamos el resultado de multiplicando por  $\bullet$  y lo colocamos a partir de la tercera fila.



Seguidamente se realiza el proceso de sumar las columnas, para obtener el resultado final.



Quiere formarse una idea de la cantidad multiplicada?, pues se ha multiplicado 2445 por 806, y el producto es 1,970,670.

Entre las ventajas de este algoritmo, están:

- a) No necesita memorizar las tablas de multiplicar.
- b) Es eficiente en los cálculos hechos en el sistema de base 10, facilitando la emigración del sistema de base 20 al de base 10 o cualquier otra base.

### 1.5.4 DIVISION DE ENTEROS

La construcción del algoritmo de la división es menos elaborada, se considerará como el proceso inverso de la multiplicación, esto es, dando un dividendo y un divisor, buscamos un

cociente, tal que al multiplicarlo por el divisor, más el residuo (que puede ser cero), sea igual al dividendo.

Se quiere dividir  $\begin{matrix} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$  entre  $\begin{matrix} \text{---} \\ \bullet\bullet \\ \text{---} \end{matrix}$  se deben de

Colocar las cantidades en el reticulado, quedando de la siguiente forma:

	$\begin{matrix} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$	
	$\bullet$	
	$\begin{matrix} \bullet\bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$	
	$\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}$	/

Luego, divida la primera cifra del dividendo entre la primera cifra del divisor, esto es, dividir  $\begin{matrix} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$  entre  $\text{---}$  el cociente es igual a  $\bullet\bullet$

quiere decir que la primera cifra del cociente es  $\bullet\bullet$ , como sucede en el algoritmo de la división de base 10, ahora se necesita restar del dividendo, una cantidad igual al divisor multiplicado por el cociente parcial, esto es

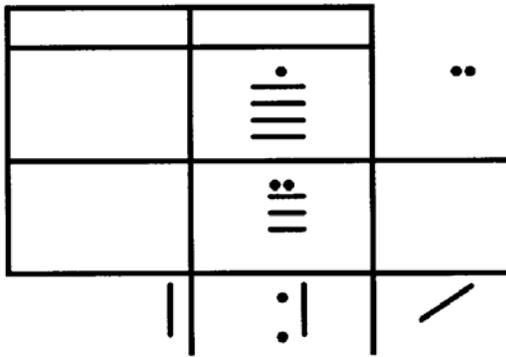
$\begin{matrix} \text{---} \\ \bullet\bullet \\ \text{---} \end{matrix}$

Se inicia esto retirando dos barras de la posición más alta

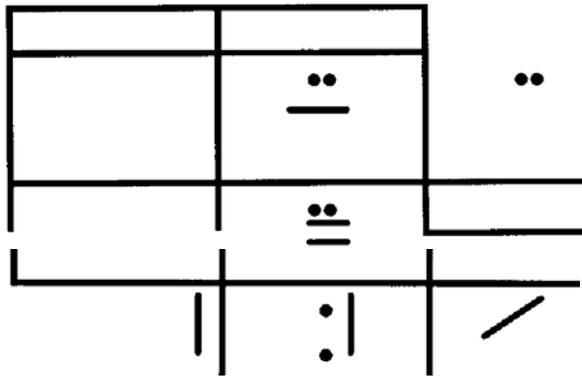
	$\bullet$	
	$\bullet$	$\bullet\bullet$
	$\begin{matrix} \bullet\bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$	
	$\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}$	/

Ahora se necesita restar  $\begin{matrix} \bullet\bullet\bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$  de la segunda fila, pero sólo hay  $\bullet$ .

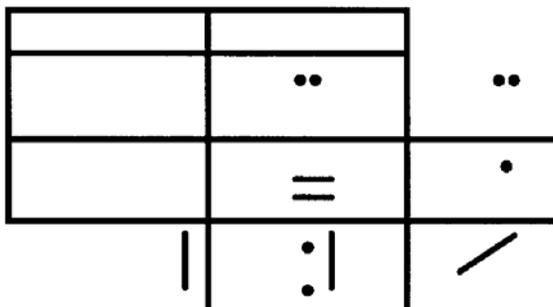
De la posición más alta se baja una unidad con valor de  $\begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix}$  en la posición inferior, véase el reticulado:



Luego, cuando se retira •••• de la segunda posición, se queda el reticulado como:



Se continua dividiendo, ahora la primera cifra del dividendo entre la primera cifra del divisor, esto es: •• entre — esto da • retiramos una barra de la segunda fila y un •• de la primera fila, quedando



Trasladando a base 10, lo que se calculó fue la división de 4437 entre 107, el resultado es 41 de cociente con un residuo de 50.

Al terminar la investigación los niños José y María le enseñaron a sus compañeros de clase, como se realizan las operaciones en la aritmética Maya, con los números en notación Maya.

**1.6 BIBLIOGRAFIA**

- Calderón, Hector M., “LA CIENCIA MATEMÁTICA DE LOS MAYAS”, Editorial Orión México, 1966.
- Closs, Michael P., editor, “NATIVE AMERICAN MATHMATICS”, University of Texas Press, Austin, 1988.
- EL LIBRO DE LOS LIBROS DE CHILAM BALAM, Trad. De Alfredo Barrera Vázquez y Silvia Rendón, 3ª. Edición, 1965, México. Fondo de Cultura Económica.
- Esparza Hidalgo, David, COMPUTO AZTECA, Editorial Diana, México, 1976.
- Landa. Fray Diego de, “RELACION DE LAS COSAS DE YUCATÁN”, Editorial Pedro Robredo, México, 1938.
- León-Portilla, Miguel, “TIME AND REALITY IN THE THOUGHT OF THE MAYA”, Second Edition, University of Oklahoma Press, Norman, 1988.
- Morley, Sylvanus G., “LA CIVILIZACION MAYA”, Fondo de Cultura Económica, México, 1968
- Sedat S., Guillermo, NUEVO DICCIONARIO DE LAS LENGUAS K’EKCHI’ Y ESPAÑOLA, Chamelco, Alta Verapaz, Guatemala. 1955. Tipografía Nacional.
- Seidenberg, A., “THE ZERO IN THE MAYAN NUMERICAL NOTATION”, In: Michael P. Closs, editor, “NATIVE AMERICAN MATHMATICS”, University of Texas Press, Austin, 1988.
- Sidki, Said, “INTRODUCAO A TEORIA DOS NUMEROS”, 100 coloquio Brasileiro de Matemática, Pocos de Caldas, 1975.



## CAPITULO 2

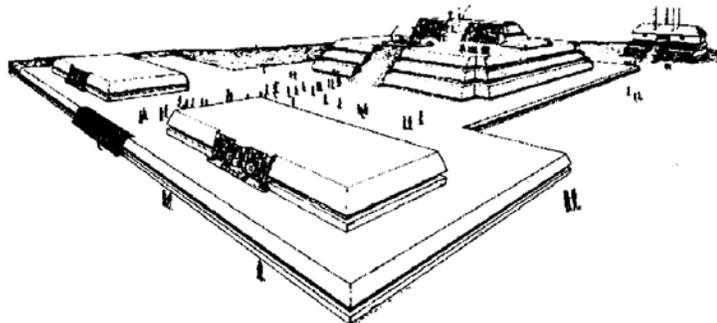
# GEOMETRÍA MAYA

Los niños José y María terminaron su trabajo de Aritmética Maya y don Pablo les indicó que también podían estudiar un poco de Geometría, inició su trabajo contándoles como se utiliza la geometría cuando se construye una ciudad, cuando se hacen los templos, las casas, la cerámica y les presentó a Doña Petrona, quien es una especialista en tejer huipiles. Doña Petrona les explicó las formas básicas y como de estas puede continuarse para construir cadenas y luego mosaicos que dan un colorido muy particular y muy bonito a todas las prendas de vestir. También les explicó el significado de las figuras y la forma como las teje. Con esta información prepararon una monografía sobre la Geometría Maya, la que se presenta a continuación:

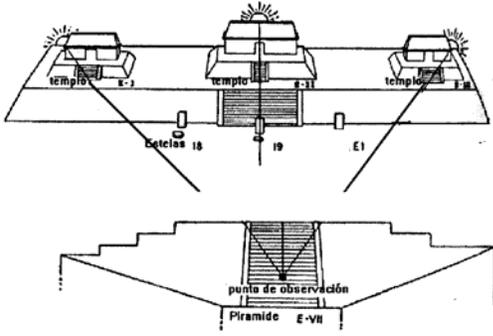
Este capítulo hace un estudio de la geometría, que se encuentra presente en las distintas facetas de la actividad diaria de los mayas, tal como: diseños de sus ciudades, las formas de sus edificios, cerámica y tejidos. También se encuentra una herencia geométrica en los idiomas de origen Maya-Quiché. En la parte final se presenta una geometría axiomática como las de origen occidental, pero utilizando elementos mayas, el objetivo es fomentar el diseño de mosaicos, de naturaleza semejante a los que se muestran en nuestros días en tejidos indígenas, para que geometrías de este tipo, sean enseñadas en las escuelas de nivel elemental.

### 2.1 CIUDADES

Sucede con el estudio de la Geometría, lo mismo que con las otras ciencias desarrolladas por los Mayas, el conocimiento Maya, fue integrado y desarrollado para el beneficio de la colectividad, cuando se estudia



el trazo de las ciudades, estas tienen una relación impresionante con la Astronomía. “The Maya spatial orientation of the four corners of their universe is not based upon our cardinal directions..., or toward two directions in the east and two in the west, that is to say, sunrise at winter and summer solstices, and sunset at the same two solstices.” (Vogt, citado en Leon-Portillo, pag. 130). También existen muchos ejemplos, que muestran la alineación de los templos con los cuerpos celestes, es muy importante dar lectura al capítulo titulado In Search of Mesoamerican Geometry de F. Vinette, publicado en el libro “NATIVE AMERICAN MATHEMATICS”, donde encontramos señalados



Muchos de estos ejemplos, Morley, también señala estos hechos (Morley, 1983, pag. 294). La alineación de dos estelas, 10 y 12 de la ciudad de Copán, señalan la época del año en que tiene que realizarse la quema, previa a la siembra (Morley, 1968, pag. 146-147), ejemplificando que también los monumentos tenían una segunda función, además del hecho mismo, de sus inscripciones.



Templo de TIKAL, Guatemala.

En la tradición oral, los sacerdotes, difunden que mucho de su conocimiento viene del maíz. Es del fruto del maíz (la mazorca en Guatemala) de dónde deriva la forma de sus templos, de los granos surgen las escalinatas. También del maíz obtienen otros conocimientos, por ejemplo: del período del cultivo y de sus

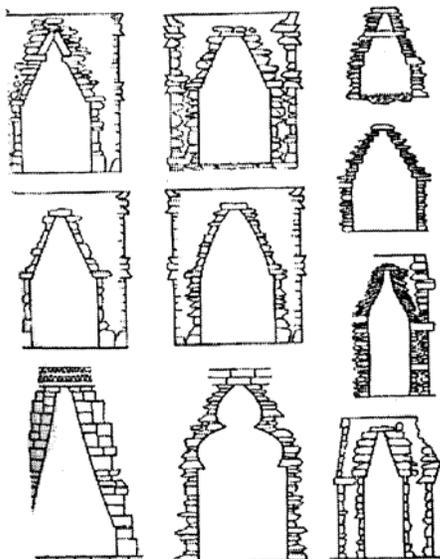
diferentes etapas como: la siembra, la calza, la limpia, etc., surgen así muchas de las cuentas del calendario.



Templo en Copán, Honduras

## 2.2 EDIFICIOS

La gran mayoría de los templos mayas, son tetraedros truncados, prismas de base rectangular, en algunos casos cilindros circulares, como encontramos en el centro arqueológico del Ceibal.



Diferentes tipos de ARCO MAYA

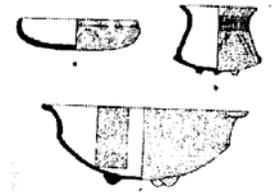
Estas obras de arquitectura, fueron planificadas antes de iniciarse su ejecución, esto es corolario natural que dedujimos de la relación que muchos de ellos guardan con los cuerpos celestes (Morley, pag. 294), también podemos llegar a estas conclusiones, observando como evolucionan los elementos que utilizan en diseños arquitectónicos, por ejemplo e arco Maya (Morley, 1983, pag. 267).

De igual forma existen evidencias que planifican sus pinturas, un ejemplo se observa en la simetría de algunos de los murales de Coba (Vinette pag. 389). Estos planos, como les llamamos hoy día,

eran guardados y en algunos casos fueron utilizados como título de propiedad, de esa manera lo relata el libro “SOBRE LOS INDIOS DE GUATEMALA”, “...Y les mostraron, para su interpretación ‘dos lienzos en que los naturales del dicho pueblo (de Atitlán) tienen pintados sus casas y antigüedad de los que eran caciques y principales... Pinturas que tenían de sus antigüedades de más de ochocientos años’, mediante los cuales averigüé sus datos sobre los señores quichés.” (Carrasco, pag. 72 y 73).

## 2.3 CERAMICA

En todas las civilizaciones la cerámica ha dejado gran información del desarrollo cultural. La mayor parte de los trabajos arqueológicos, muestran restos de cerámica, o bien obras completas o reconstruibles de cerámica.



Estas, generalmente, aportan gran información a los estudios de geometría, además de su forma, una colección de curvas y otras figuras geométricas, están presentes adornando a las vasijas en su exterior y en algunos casos, también en su interior.

En la cerámica Maya “Se reconocen cinco formas básicas: cántaro, cuenco, vaso, plato y vasija con boca restringida” (Rubio, pag. 6), cada categoría se diferencia de la otra, precisamente por su forma geométrica.



Los Mayas utilizaban para su decoración curvas, figuras humanas, zoomorfas, flores inscripciones y fechas. Dentro de las curvas, existía una predilección por las curvas entrelazadas, también aparecen con frecuencia las curvas entrelazadas, también aparecen con frecuencia las curvas en espiral. El concepto de curvas y rectas parece haber existido con naturalidad, por ejemplo, en el Popol Vuh Versículo 651, registra “en línea recta colocaron...” y en los ejemplos que presento más adelante del idioma kekchi y chorti, encontrarán expresiones para: Línea, alinear, fila, en fila, lado, orilla de y muchos términos más.

## 2.4 LENGUAS NATIVAS

Mucho del conocimiento indígena, se transmite en forma oral, en el libro “EL LADINO ME JODIO”, encontramos esa metodología de estudio y conservación de las culturas indígenas, muy bien ejemplificada por A. Saravia (autora del libro). Si aún hoy en día utilizan la tradición oral, para mantener viva su herencia cultural, es innegable que los investigadores, tengamos que acudir también a esa metodología, Thompson señala esto en los párrafos siguientes: “...pero hay más, mis contactos con nuestros trabajadores mayas de San Antonio y la largas conversaciones con Faustino en el curso de nuestros viajes, me sirvieron para darme cuenta de que los modernos descendientes de los antiguos mayas, todavía conservan muchas de sus viejas costumbres.” (Thompson, pag. 123).

“Debido a que el Maya es tan conservador y equilibrado, bien puede asegurarse que fundamentalmente actúan hoy como hace un milenio, y de allí que pueda deducirse mucho de su pasado estudiando el presente” (Thompson, pag. 124)

Para apoyar la tesis, se inicia el estudio de términos geométricos presentes en algunos idiomas Maya Quichés, dando algunos ejemplos tomados del libro “NUEVO DICCIONARIO DE LAS LENGUAS K’EKCHI’ Y ESPAÑOLA” (Guatemala 1,955).

Arco celeste	xoquik’ab
Atravesar (colocar horizontalmente)	k’e’ebanc
Bajo (estatura y longitud)	ca’chi’in
Cilíndrico	bolbo
Cuadrado	caxucut
Cuadrar	caxucutinc
Cuadrilongo	rumru/rok/
Dados	bul
Jugar a los dados	bulic/buluc
Distancia	najt Xnajtil
Fila	tzol
En fila	chitzol Tzoltzo Tustu
Forma(de bola)	t’ort’o
(rollo)	bolbo
(achatado)	pechpo
(aplanada)	tz’artz’o
(cilíndrica)	bolbo
(huevo)	bak’bo
(de canto)	salso
lado	pacal, xpac’alil
(un)	jun pac’al
(varios)	q’uila pac’al
(ambos)	xca’pac’alil
largo	nim rok
largura	xnimal rok
línea	tzol
(una fila)	jun kerel
(alinear)	tzolobanc
medida	bis, bisleb
(medida de)	xbisul
(la mitad de una)	jun bas
medido(ya está)	bisbo, bisbil

medio(de dos)	yibej
(en medio)	sa'xyi, yitok
(dos y medio)	cuan rox
(tres y medio)	cuan xca
medir	bisoc
(por cuartas)	c'utu banc

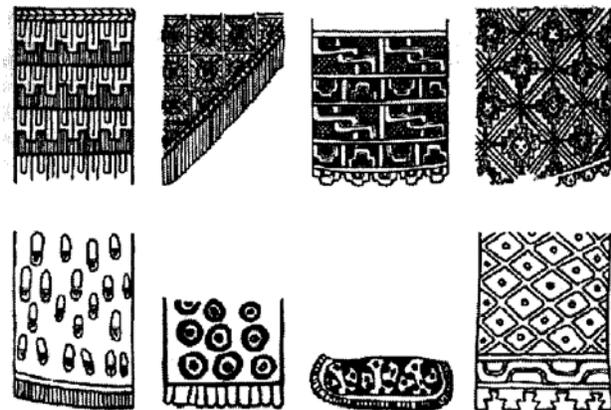
También en el Idioma Chortí, se encuentra en el libro **“METODO MODERNO PARA APRENDER EL IDIOMA CHORTI. Una gramática pedagógica”**, algunos términos, que señalan la existencia de una geometría, un poco más métrica y topológica, que la encontrada en la lengua Kekchi, que está motivada por las formas, veamos esos términos:

T'isb'ir	parejo, medido
Cob'a?	¿qué tamaño?
Nixi	muy grande
Tor	encima de
Yeb'ar	debajo de
Chuchu	pequeño
Tuti'	orilla de
Nojta	grande
Nixi	muy grande

Se concluye de los ejemplos anteriores, que dada la gran cantidad de términos geométricos que existen en estas lenguas Mayas Quichés (tomadas al azar), puede observar que estos elementos fueron utilizados y continúan siendo utilizados por los pueblos Mayas Quichés.

## 2.5 TEJIDOS

El Popol Vuh, versículo 237, describe las tareas para los niños “tocar la flauta, cantar, escribir, pintar, esculpir...”.

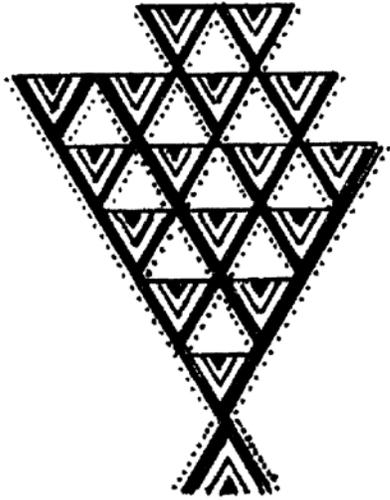


Hoy en día se ha agregado a estas tareas, la de tejer, bordar; es en los tejidos donde se ha transportado muchos de los diseños que se presentaban antes solo en la cerámica.

En los tejidos Mayas Quichés, se encuentra una amplia gama de mosaicos, tanto en los tejidos de uso personal, como en los de uso doméstico, los mosaicos tienen diferentes

interpretaciones y se recomienda la lectura del libro de Anderson (que aparece en la bibliografía), quien le guiará en el estudio de este tema.

Veamos un mosaico:



bandera, Santa Apolonia

Se puede notar una repetición de triángulos dispuestos en filas o cadenas, ya sea horizontal o en diagonal.

En este otro ejemplo:



faja Sunpamgo

Se encuentra una repetición de líneas quebradas, pero analizando las líneas ellas son la frontera de rombos.

Un último ejemplo:



Se encuentra una repetición del elemento “<” y también de “>” dispuestos en una fila horizontal.

Estos mosaicos dan una idea general de geometría en los tejidos indígenas, que aun hoy se presentan y forman parte de su vestuario diario.

## 2.6 GEOMETRIA

Del trabajo de Gerdes, publicado en el libro “DESENHOS DA AFRICA”, se obtiene la idea de hacer una matematización de los dibujos que aparecen en tejidos. Se busca un elemento generador al cual se aplican diferentes operadores: traslación, homotecia, rotación. Con la composición de este elemento se desarrollan formas y la composición de formas desarrollan cadenas para luego formar mosaicos. Se tiene entonces un elemento no definido el <, de él se derivan formas, cadenas y mosaicos, para así formar la geometría.

### 2.6.1 ELEMENTO

El elemento no definido que dará fundamento a esta geometría, fue buscado dentro del denominador común de las diferentes formas que aparecen en los tejidos guatemaltecos, y resultó ser semejante al símbolo de menor que:



A este elemento se le aplican diferentes operadores, como:

**1. HOMOTECIA**

Esta actúa en tamaño y grosor o en carácter positivo o negativo,

Fino <                      positivo      <      pequeño <

Grueso <                      negativo                                            grande <

**2. ROTACIONES:**

Esta actúa sobre una rama o sobre las dos ramas, haciendo cambiar el ángulo, por ejemplo:



**2.6.2 FORMAS**

Se define una forma, como el conjunto de uno o más elementos, con una cierta orientación. Los elementos utilizados en las formas, pueden ser simples o pueden ser el resultado de aplicar un operador, por ejemplo:

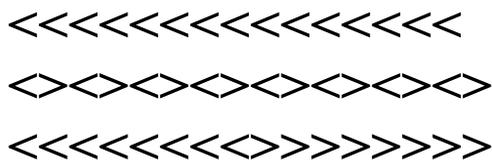
Dos elementos unidos por su vértice 

Rombo 

Dos elementos unidos por su vértice, pero en negativo 

**2.6.3 CADENAS**

Se define una cadena, como la unión de una o más formas, por ejemplo:





## 2.6.4 MOSAICOS

Se define un mosaico como la unión de una o más cadenas, veamos un ejemplo completo:

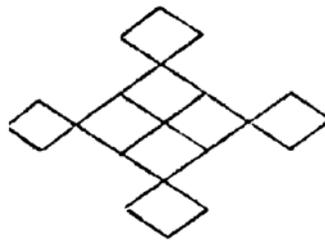
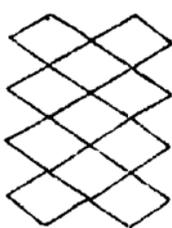
Partimos del elemento inicial <

Definimos la forma <>

Construimos la cadena



Con esta cadena podemos formar los mosaicos siguientes:



Damos al lector otros ejemplos de mosaicos



Como se indicó al inicio, el objetivo es introducir al lector, al estudio de la geometría de los mosaicos, que se encuentran presentes en los tejidos de Guatemala, con el propósito de elevar la autoestima y de engrandecer esta riqueza cultural.

## 2.7 BIBLIOGRAFIA

- Anderson, Marilyn, “GUATEMALAN TEXTILES TODAY”, Watson- Guptill Publications, New York, 1978.
- Carrasco. Pedro, “SOBRE LOS INDIOS DE GUATEMALA”, Seminario de Integración Social Guatemalteca, Publicación No. 42, Editorial José de Pineda Ibarra, Guatemala, 1982.
- De León V., Carlos y F. López P., “POPOL VUH, Libro Nacional de Guatemala”, Guatemala, CENALTEX, Ministerio de Educación, 1985.
- Esparza Hidalgo, David, COMPUTO AZTECA, Editorial Diana, México, 1976.
- Gerdes, Paulus, “DESENHOS DA AFRICA” Editora Scipione, Sao Paulo, Brasil, 1990.
- Landa. Fray Diego de, “RELACION DE LAS COSAS DE YUCATÁN”, Editorial Pedro Robredo, México, 1938.
- León-Portilla, Miguel, “TIME AND REALITY IN THE THOUGHT OG THE MAYA”, Second Edition, University of Oklahoma Press, Norman, 1988.
- Lubeck, John E. y Diane L Cowie, “METODO MODERNO PARA APRENDER EL IDOMA CHORTI. Una gramática pedagógica”, Instituto Lingüístico de verano, Guatemala, 1989
- Morales, H., Italo, “U CAYIBAL ATZIAK, Imágenes en los tejidos Guatemaltecos”, Ediciones Cuatro Ahau, Guatemala, 1982
- Morley, Sylvanus G., “LA CIVILIZACION MAYA”, Fondo de Cultura Económica, México, 1968
- Morley, S.G., and G. W. Brainerd, “THE ANCIENT MAYA”, Stanford University Press, Stanford, California, fourth edition, 1983.
- Rubio, Rolando, “INTRODUCCIÓN A LA ARQUEOLOGÍA MAYA”, Cuaderno de trabajo, Museo Popol Vuh. Universidad Francisco Marroquín, Guatemala, 1992.
- Saravia E., Albertina, “EL LADINO ME JODIO”, Guatemala, CENALTEX, Ministerio de Educación, 1986.
- Sedat S., Guillermo, NUEVO DICCIONARIO DE LAS LENGUAS K’EKCHI’ Y ESPAÑOLA, Chamelco, Alta Verapaz, Guatemala. 1955. Tipografía Nacional.

- Thompson, J. Eric, “ARQUEÓLOGO MAYA”, Editorial Diana, 1965
- Vinette, F., “IN SEARCH OF MESOAMERICAN GEOMETRY”, IN: Michael P. Closs, editor, “NATIVE AMERICAN MATHEMATICS”, University of Texas Press, Austin, 1988.



### CAPITULO 3

#### LOS MAYAS UNA SOCIEDAD DE ETNOMATEMATICOS

Los Niños María y José, fueron a buscar a la Abuela Delfina, quien tenía mucha experiencia en curar a las personas y era la comadrona del lugar. La Abuela Delfina les dice: “Es imposible quedar ajeno de la cultura Maya y el conocimiento de sus descubrimientos especialmente en las Matemáticas y en la Astronomía. Ahora lo interesante es descubrir los objetivos de sus adelantos científicos, generalmente con el propósito de planificar la preparación de las tierras a ser cultivadas y la época del año en que se deben hacer los cultivos.

Regresaron a la escuela muy entusiasmado por todo lo que habían aprendido y el maestro les dice: “Las investigaciones bibliográficas han llevado a descubrir lo que se puede llamar el currículo de estudio de los niños mayas. A través del estudio del calendario maya, se llega a la conclusión de la existencia, uso y manejo de los números racionales.”

Reuniendo todo lo aprendido, por las pláticas con la Abuela Delfina y con el guía espiritual (Don Pablo) y por último con su maestro, prepararon un documento que incluye diferentes conocimientos de los Mayas.

#### 3.1 ETNOMATEMATICA

Se busca una definición de la Matemática desarrollada por los pueblos Mayas. Distintos pueblos han desarrollado distintas definiciones de Matemática y distintos tipos de matemática; por ejemplo los pueblos Mayas, en mesoamérica, desarrollaron un sistema de numeración que dejaron esculpido en las estelas y grabado en los códices; los pueblos Incas en América del sur, tenían una numeración basada en nudos hechos en cuerdas, con representación de cantidades y fechas. Por otro lado, se tiene la época de oro de Grecia, con un desarrollo de la geometría y muy poco uso del álgebra, la cual se desarrolla en la India. También se conoce el imperio Romano con una matemática dedicada a la construcción civil, control y administración de los pueblos conquistados.

“La definición de matemática cambia. Cada generación y cada matemático serio, en una generación dada, formulan una definición de acuerdo con su entendimiento.” (Davis, 1986 pag 33)

Podemos agregar al comentario de Davis, el hecho que cada sociedad tiene una definición de la matemática que utiliza y produce; no es sólo la generación y el individuo,

sino que también la colectividad, la función que la matemática desarrolla en esta sociedad es lo que determina su definición.

Se reconoce que matemática es mucho más que contar y medir, también se deben aceptar otras formas (no académicas) del hacer y del pensar matemático. No académica porque ella está necesitando de una nueva epistemología. Define D'Ambrosio: "Etnomatemática es el arte o técnica de explicar y conocer". (D'Ambrosio, 1987).

"Etnomatemática, como un programa de Investigación es un programa Pedagógico, una identificación y búsqueda de los factores externos que influyen en el comportamiento." (D'Ambrosio, 1987). Programa que lleva el reconocimiento tácito de que el aprendizaje no es un proceso de transmisión de una vía, de profesor a estudiante, y sí como resultado de la interacción con su medio social y natural (El profesor es una componente de su medio social)(D'Ambrosio, 1990, pag. 4). Se pretende demostrar que la matemática y la ciencia desarrollada por los pueblos Mayas, corresponde en forma casi exacta a lo que se considera como ETNOMATEMÁTICA, definida por el profesor D'Ambrosio.

### 3.2 LOS MAYAS QUICHES Y SU HERENCIA CIENTÍFICA

El propósito es descubrir conocimientos científicos de los Mayas Quichés, extrapolar hacia el pasado, para establecer los conocimientos científicos de los Mayas. Se consideran Mayas Quichés a los pobladores de la Meseta Central de la República de Guatemala. La búsqueda se realiza a través de los libros publicados por los indígenas, que probablemente fueron instruidos en las escuelas de los hijos de los caciques (instaladas por los conquistadores por orden de los reyes de España) y conociendo el alfabeto latino escribieron estos libros en sus lenguas nativas; ejemplos de estos libros son: "**MEMORIAL DE SOLOLA** escrito por Francisco Hernández Hábila (1514) que era hijo del príncipe Achí Balam que a su vez era hijo del rey HUNIP y la reina Chuizut" (Gavarrete, 1980, pag. 15), más adelante Gavarrete nos relata que dicho libro lo encontró en el archivo del convento de San Francisco de la Ciudad de Guatemala en el año de 1845 (pag. 16) (el libro de Gavarrete, aunque fue publicado en 1980, fue escrito en el siglo pasado). Otro libro muy importante es el **POPOL VUH** (Libro Universal de la Renovación del tiempo), en este libro encontramos una gran riqueza de conocimientos científicos. También existieron libros (ignoro por el momento si aun existen) que enseñaban la gramática de los pueblos Mayas Quichés, como ejemplo tenemos: "R. P.Fr. Marcos de Santa María Martínez... supo con perfección el idioma Quiché del que escribió una gramática, que se creía ser la mejor de todas, según se lo afirmaron a Remesal los PP. Franciscanos de Totonicapán" (Gavarrete, 1980, pag. 36). Los descendientes de los Mayas en Yucatán (México) nos heredaron el libro **CHILAM BALAM DE CHUMAYEL** (Mediz, 1941) que también nos aporta datos muy importantes.

#### 3.2.1 POPOL VUH

Se trabaja con la versión Traducida por Carlos Rolando de León Valdés y Francisco López Perén, que es una publicación bilingüe y organizada por versículos, al hacer las referencias se indicará el versículo utilizado. El versículo 209 dice: "Solamente diremos

la mitad de su historia, porque la otra mitad permanece en oculto...” se ve claramente que el uso del término “MITAD” no es casual y que corresponde exactamente a la división de una unidad en dos partes iguales, surge entonces la duda y el resto de las fracciones, existen nombres para ellas?. Con la ayuda de personas conocedores de los idiomas Mayas Quichés se encontró, que en el idioma Kaqchikel, que  $\frac{1}{2}$  (mitad) se dice **nika’j** preguntando por las otras fracciones, me indican que  $\frac{1}{4}$  es **NIKA’J CHIN NIKA’J**, que significa mitad de la mitad. Inmediatamente se recuerda que los Egipcios solo tenían fracciones de la forma  $\frac{1}{n}$  y el  $\frac{2}{3}$  y con ellas deducían todas las demás, siguiendo esta lógica se puede concluir que los Mayas Quichés conocían y utilizaban las fracciones y que las nombran en forma recursiva, utilizando potencias de  $\frac{1}{2}$ . Al estudiar el libro “**MATEMÁTICA MAYA CAKCHIQUÉL cuarto Grado**, publicado por la Dirección de Educación bilingüe ( libro de texto de los estudiantes de lengua Cakchiquel del cuarto año de la escuela elemental) se encuentra que en la lengua hablada y escrita, los números cardinales y los ordinales son de base 20 (de todos es conocido que los Mayas utilizaban un sistema de numeración de base 20), por ejemplo: 54 se nombra 2 veces 10 y 14, cosa semejante sucede con los números ordinales. Otros versículos del Popol Vuh que nos hablan de fracciones son:

362 ... Y al filo de la **media** noche, cuando todos estaban reunidos, empezaron a hablar a gritos todos al unísono ...,

760 ... junto con sus esposas y sus hijos, cada uno en su **fracción** cuadrangular...

¿Ha pensado Usted porque contamos hasta tres cuando se quiere realizar algo?, ¿porqué el número 3?, pues bien los Mayas Quichés contaban hasta 4, veamos algunos ejemplos:

Versículo 338 “... solamente 4 veces os haremos la prueba, así pues, ya solamente tres oportunidades nos quedan.”,

Versículo 472 “ Al cuarto día cuando el Sol iluminó con su santo rostro de luz...”

Versículo 545 “Sucedio que 4 animales iban a traer su alimento allá en Pan Paxil y Pan Cayalá...”

Versículo 549 “ ...aquellos nuestros cuatro primeros padres son las cuatro primeras gentes hechas y formadas con el santo alimento del maíz...”

Versículo 550 “Estos seres son dueños de los elementos fuego, tierra, aire, agua”

Versículo 559 “... los cuatro rincones de los cuatro puntos cardinales”

Versículo 571 “... cuatro tribus que se originaron allá donde sale el sol... “.

¿Descubrió ya porqué contamos hasta 3?, claro tenemos una religión basada en la trinidad mientras que ellos tenían una religión basada en los 4 elementos: fuego, tierra, aire y agua.

Es claro el uso de los números ordinales (versículos 409 al 415) incluso del uso de primero y último en el sentido de números ordinales (ver. 540, 549) y de cómo alguno de ellos tenían género, por ejemplo primero y primera (ver. 549).

Versículo 409 “... Recostado estaba allí el primer muñeco espantajo, hecho de palo, este era el primer personaje... En seguida Xan picó al segundo personaje sentado, éste tampoco dijo nada.”

Versículo 410 “Entonces el zancudo picó al tercero y este tercer personaje sentado era Hun Camé. ...¿Qué os pasó Hun Camé? le preguntó el cuarto sentado. ...Luego fue picado el quinto sentado.”

Continúan los ordinales del primero al decimocuarto que encontramos en el

Versículo 415 “... -¡Ay!- exclamó el decimocuarto sentado. ...”

Versículo 549 “...Nuestra primera madre y nuestro primer padre, ...”

Versículo 540 “... el último ensayo de la creación de los dioses, reyes de la naturaleza...”

La estructura del calendario parece ser la misma de los Mayas, pues nos hablan de 18 meses ( ver. 848) y de 20 días (ver. 854).

Versículo 848 “... De los nuevos padres y madres; Vajxalajuh: Los diez y ocho (meses del año maya)...”

Versículo 854 “... Los veinte reyes regentes(de los veinte días del mes maya)...”

Para fortalecer esta conclusión se cita de nuevo a Gavarrete (1980) que en la página 11 cuando da algunas fechas de los Quichés, lo hace al estilo de los Mayas “ 11 Ah “ (pag. 11). Para concluir con los datos de tipo matemático, tenemos que en el versículo 651 hablan que en línea recta colocaron... y en el versículo 210 hablan de la esfera.

Versículo 651 “En línea recta colocaron a sus dioses, siendo el primero y el más alto el dios Hacavitz,...”

Versículo 210 “... Ixpíyacoc: El espíritu engendrador de vida que viene de la vacuidad de la esfera, del espacio vacío del Universo. ...”

Su conocimiento científico tenía que ver mucho con su desarrollo económico social y el currículo de lo que hoy podría ser la escuela elemental, sería catalogado como HUMANISTA, ¿Cómo entonces justificar sus sorprendentes conocimientos científicos?, Más adelante cuando se den los datos obtenidos del libro de Chilam Balam de Chumayel, se plantearán las conclusiones; ahora regresemos al vitae de la escuela elemental, encontramos marcadas como tareas para los niños (ver. 237): “Vosotros os ocuparéis en tocar la flauta, cantar, escribir, pintar, esculpir ...”. ¿Dónde aprendían a construir?, ¿Dónde

aprendían matemática y astronomía?, recordemos que ya nos hablaban de 9 planetas (ver. 822) y nos intentaban explicar la caída de cometas (ver. 778).

Versículo 822 “... Nueve reyes regentes de los Nijaibab: Los planetas, depósitos de energía vital. ...”

Versículo 778 “... El cometa surcando el cielo con gran poder y gloria marcando el tiempo del fin de nuestra era. ...”

¿Y los niños no hacían deportes?, los versículos 230, 368, 478 y otros muchos nos relatan de los implementos deportivos, de la tan vieja costumbre de dar a las personalidades distinguidas el saque de honor, y también nos indican el fin trágico de los perdedores en el juego de pelota. Por lo tanto, se concluye que no era una actividad para niños.

Versículo 230 “Que traigan consigo todos sus implementos que usan, tales como los herrajes de cintura, los guantes y que también traigan su pelota de hule... “

Versículo 368 “... allí se encuentran sus herrajes de la cintura, sus guantes de cuero y la pelota propia de ellos; sin embargo, vuestra abuela no os los ha querido mostrar a vosotros, porque por causa de esos implementos de juego murieron vuestros padres. “

Versículo 478 “He aquí que el rey de Xibalbá hizo el saque, tirando la pelota, entonces Ixbalanqué salió al encuentro, y la recibió con el herraje de su cintura, dándole un golpe de rebote, que sacó la pelota fuera de la cancha de juego. ...”

Otros conocimientos científicos que apoyan la conclusión de su amplia vocación etnomatemática son:

Versículo 210 “... Ixpíyacoc: El espíritu engendrador de vida que viene de la vacuidad de la esfera, del espacio vacío del Universo. ...”

La descripción de la fauna que los rodeaba (Ver. 357, 670, 511, 231).

Versículo 357 “... los leones, los tigres, los venados “agua es el solvente básico de la sangre”

Versículo 670 “Entonces rugieron los leones, bufaron los tigres, pero el primero que cantó saludando al Sol fue el pájaro llamado Quetzal... y batieron aleteando sus alas, las águilas: Coc, los halcones quebrantahuesos: Zac Cuch, los pequeños pájaros y los grandes pájaros.”

Versículo 231 “He aquí, que los mensajeros de Xibalbá son tecolotes...”

Fisiología del cuerpo humano: “Agua es el solvente básico de la sangre, esta es la sangre del hombre...”(versículo 546). También se encuentra la descripción de algunas enfermedades del versículo 221 al 225.

En los versículos 237 y 801 se encuentra información de la construcción de sus casas y los materiales utilizados.

En el versículo 644, se encuentra información acerca del origen del hombre americano “nunca se supo como hicieron ellos para atravesar el mar...”.

### 3.2.2 CHILAM BALAM DE CHUMAYEL

Este libro narra la historia de los Itzaes (Mayas habitantes de lo que hoy es Yucatán y parte del Petén), casi al inicio del libro se encuentran datos muy importantes por ejemplo: “llegaron a T’Cooh, allí compraron palabras a precio caro, allí compraron conocimientos. ...Llegaron a Tikal, allí se encerraron... Y fueron a Balam-Kin, la tierra de los Sacerdotes”(pag. 4). “Allí en antiguo tiempo el padre Xul meció su hamaca y se comenzó a levantar la casa alta para los señores y se comenzó a construir la escalera de piedra”(pag. 11). “Hace veinte katunes y quince katunes más de que las pirámides fueron construidas por los herejes. Grandes hombres fueron los que las hicieron. Y los restos de su linaje se fueron. Cartaban es el nombre de la tierra en donde ahora están (Cajabon en Guatemala). Allí estaban cuando llegó San Bernabé( día de San Bernabé en que terminó la conquista de Mérida) y enseñó que debían matarlos porque eran hombres herejes” (pag. 21). Recordemos que el padre Landa consideraba como obra del diablo, los templos, la escritura, el calendario y toda la cultura Maya. Vemos que la distribución del trabajo no estaba dividida entre los elementos de una sola Ciudad, hablan de especialistas en construcción de pirámides, también de la ciudad de sacerdotes, esto nos lleva a la conclusión de un gobierno del tipo federal, con estados o ciudades especializadas en determinados servicios (probablemente sin ejército organizado y por eso su fácil conquista por los aztecas), o también podría ser una distribución parecida a la que se nos relata del Pueblo de Israel, organizada por tribus y los sacerdotes localizados en algunas ciudades.

También esto explica la configuración del currículo básico de tipo humanista. Probablemente la ciudad de los Sacerdotes era más que todo una Universidad, donde se desarrollaban los estudios superiores (llegaron y compraron palabras, indica el principio de la cita). Vea como ellos explican su decadencia y tomemos para nosotros la observación: “No había ya buenos sacerdotes que nos enseñaran... Y es también la causa de nuestra muerte. No teníamos buenos sacerdotes, no teníamos sabiduría, y al fin se perdió el valor y la vergüenza. Y todos fueron iguales. ¡Castrar al Sol!, eso vinieron a hacer aquí los extranjero” ( pag. 26). El sacerdote además de su oficio religioso era el maestro encargado de transmitir los conocimientos de cultivar los principios morales y cívicos, Morley (1985) agrega que también eran consejeros de estado. Pero se acabaron los maestros y eso fue la ruina total.

En su que hacer Etnomatemático vemos la forma simpática y amena en que describen datos científicos para el pueblo: “Marcha del Sol. Coge para caminar una verdadera JICARA alargada y entra a ella por la parte más grande” (pag. 32), describiendo la órbita solar y en que parte se iniciaba el año. En la página 142 hacen una descripción de algunas enfermedades y de la medicina apropiada para adultos y para niños. En la página 142 se ve más claro el propósito de sus investigaciones: “Estoy en 18 de Agosto de este año de 1766 hubo tormenta de viento. Escribió su memoria para que se pueda ver cuántos

años después va a haber otra”, de todos es conocido la frecuencia de los huracanes y tormentas tropicales en la región del golfo de México y del mar Caribe, su ciencia descriptiva tenía el propósito de narrar los sucesos para que generaciones futuras pudiesen encontrar alguna periodicidad en dichas tormentas.

Este libro tiene otra gran cantidad de datos que señalan actos poco humanos de los conquistadores para con los pueblos Mayas.

### 3.3 LOS MAYAS Y LOS NUMEROS RACIONALES

Al investigar el uso de los números racionales por los Pueblos Mayas se encuentra: “Así, llegaron a la conclusión de que el año solar cuenta en verdad de 365.242000 días, resultado ciertamente más preciso que el de nuestro calendario gregoriano. Los cálculos más recientes dan de hecho 365.242198 días para el verdadero año solar, ahora el año gregoriano es de 365.242500 días, lo que da un error de 3.02/10000 y apenas 1.98/10000 para el año maya” (Ifrac, 1985, pag. 249). Pero ¿cómo era posible tal exactitud? Si su sistema de numeración no deja registrado (o descubierto hasta el momento) la utilización de casillas que representen cantidades menores que la unidad (en nuestro sistema llamadas posiciones decimales o sea a la derecha del punto decimal). Considero que la siguiente nota da una idea de cómo representaban las fracciones: “Año Lunar Maya: 149 meses lunares equivalen a 4400 días que da 29.53020 días por mes lunar. Después en Palenque llegan a 29.53086 días para un mes lunar (mes lunar hoy 29.53059 días)” (Ifrac, 1985, pag. 249). Es claro utilizaban una notación de **RAZON**, ante la imposibilidad de expresar una unidad de alguna medida en números enteros, expresaban cuántos de esta unidad daban un entero de la otra unidad. En los pueblos Mayas Quichés, aun el día de hoy, se encuentran precios expresados en RAZONES, no es difícil encontrar en el mercado artículos a dos por tres o a cuatro por cinco.

Otra prueba del carácter ETNOMATEMATICO DE LA CULTURA MAYA. La cita Morley: “Hay prueba tanto arqueológica como documental, que demuestra que el día en que debían quemarse los campos para la siembra del maíz era escogido por los sacerdotes con mucho cuidado. Por ejemplo, en Copán, hay dos monolitos, las estelas 10 y 12, que se levantaban en dos cadenas de cerros que rodean los extremos occidental y oriental del valle de Copán en este punto. Estos monumentos distan el uno del otro 6 ½ kilómetros, en línea recta, ... Observándolo desde la estela 12 se puede ver que el sol se pone directamente detrás de la estela 10, el 12 de abril y el 7 de septiembre. Se ha sugerido que como el 12 de abril cae precisamente hacia la época en que se queman los campos en la región de Copán, esa era la fecha escogida por los sacerdotes para dar principio a la quema de los campos. El objeto de erigir los monolitos en estas dos posiciones puede ser el de usarlos para dirigir cierta visual a fin de determinar la fecha en que debían quemarse los campos de maíz” (Morley, 1968, pag. 146-147). Encontramos en este referencia, como los sacerdotes utilizaban la geometría y sus conocimientos astronómicos, tanto como sus habilidades de escultores, para determinar la fecha exacta de la quema de los campos y así llevar al pueblo su conocimiento para que fuera aplicado en la solución de los problemas de la comunidad, en este caso, la siembra y la preparación de la tierra.

### 3.4 BIBLIOGRAFIA

- D'Ambrosio, U. , “ETNOMATEMATICA: RAIZES SOCIO-Culturales da Arte ou técnica de explicar e conhecer”, Campinas, UNICAMP, 1987.
- D'Ambrosio, U., “ETHNOMATHEMATICS: THE MATHEMATICS OF CULTURE”, Conferencia, próxima a publicarse.
- Davis, P. J. y R. Hersh, “A EXPERIENCIA MATEMATICA, Rio de Janeiro, F. Alves, 1986.
- Ifrah, Georges, “OS NUMEROS A HISTORIA DE UMA GRANDE INVENCAO”, S. Paulo, Editora Globo, 1985.
- Gavarrete Escobar, Juan, “ANALES PARA LA HISTORIA DE GUATEMALA (1497 \_ 1811)”. Guatemala, Editorial José de Pineda Ibarra, 1980.
- de León V., Carlos y F. López P., “POPOL VUH, Libro Nacional de Guatemala”, Guatemala, CENALTEX ministerio de Educación, 1985.
- Mediz B., Antonio, “CHILAM BALAM DE CHUMAYEL”, México, Ediciones de la Universidad Nacional Autónoma de México, 1941.
- Morley, Sylvanus G., “LA CIVILIZACION MAYA”, México, Fondo de cultura Económica, 1968.